

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 14 Μαΐου 2022
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

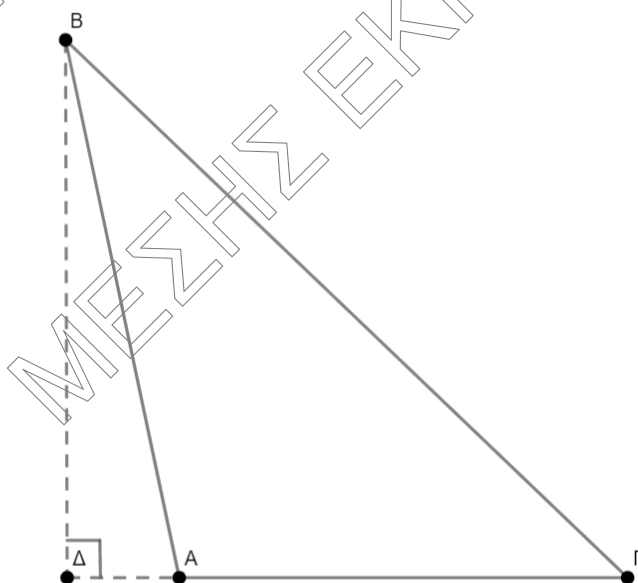
ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 73 θεώρημα IV

Α2.

- α) Λάθος
- β) Σωστό
- γ) Σωστό
- δ) Λάθος
- ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β



B1. Έχουμε ότι $\alpha^2=49$ και $\beta^2 + \gamma^2 = 16+25$

Άρα $\alpha^2 > \beta^2 + \gamma^2$ οπότε $\hat{A} > 90^\circ$

B2. Από το γενικευμένο πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε ότι

$$B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2 + 2 \cdot A\Gamma \cdot A\Delta$$

$$49=25+16+2 \cdot 4 \cdot A\Delta$$

$$A\Delta=1$$

B3. Στο ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΔ$ έχουμε

$$AB^2 = B\Delta^2 + A\Delta^2$$

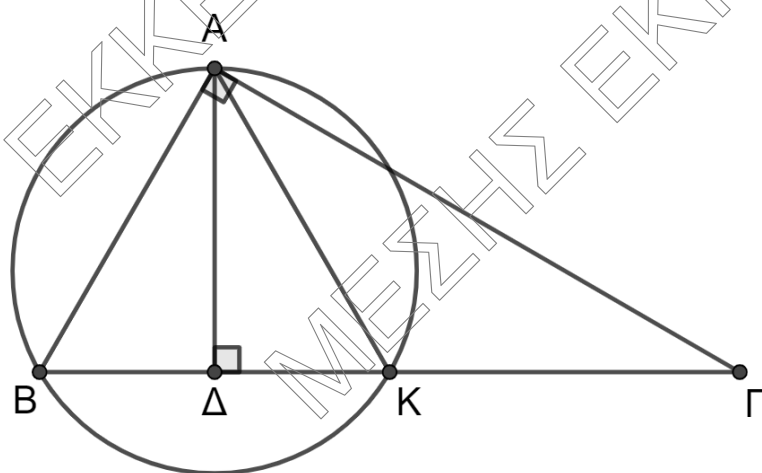
$$25 = B\Delta^2 + 1$$

$$B\Delta = \sqrt{24}$$

$$B\Delta = 2\sqrt{6}$$

Το εμβαδό του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $E = \frac{1}{2} BD \cdot A\Gamma = \frac{1}{2} 2\sqrt{6} \cdot 4 = 4\sqrt{6}$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Στο ορθογώνιο τρίγωνο $ABΓ$ έχουμε ότι ισχύει

$$AB^2 = BΔ \cdot BΓ$$

$$AB^2 = 3 \cdot 12$$

$$AB = 6$$

Το μήκος της πλευράς BK

$$BK = \frac{BΓ}{2} = 6$$

και η πλευρά AK ως διάμεσος του ορθογωνίου τριγώνου $ABΓ$ θα είναι

$$AK = \frac{BΓ}{2} = 6$$

Άρα $AB=BK=AK$ δηλαδή το τρίγωνο ABK ισόπλευρο με εμβαδό $E = \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$

Γ2. (1^{ος} τρόπος)

Το εμβαδό του τριγώνου ABK είναι

$$E = \frac{(AB)^2}{4R}$$

$$9\sqrt{3} = \frac{6^3}{4 \cdot R}$$

$$\text{Δηλαδή } R = \frac{6^3}{4 \cdot 9\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

(2^{ος} τρόπος)

Στο τρίγωνο $ABΓ$ το ύψος $AΔ$ είναι

$$AΔ^2 = BΔ \cdot ΔΓ$$

$$AΔ = \sqrt{27}$$

$$AΔ = 3\sqrt{3}$$

Στο ισόπλευρο τρίγωνο ABK το ορθόκεντρο, περίκεντρο και το βαρύκεντρο ταυτίζονται οπότε $R = \frac{2}{3} AΔ = 2\sqrt{3}$

Γ3. (1^{ος} τρόπος)

Στο τρίγωνο $ABΓ$ η AK είναι διάμεσος άρα τα εμβαδά των ABK και $AKΓ$ είναι ίσα.

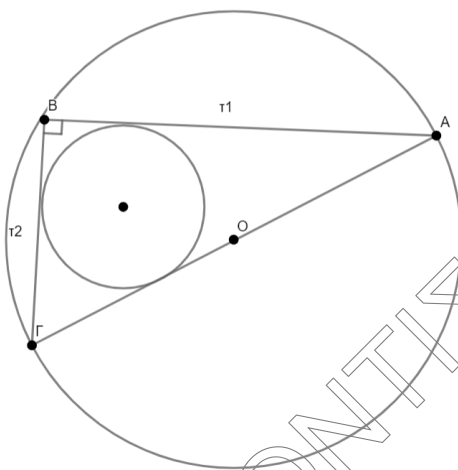
Στο τρίγωνο ABK η $AΔ$ είναι διάμεσος άρα τα εμβαδά των $ABΔ$ και $AKΔ$ είναι ίσα.

$$\text{Άρα } \frac{(ABK)}{(AKΓ)} = \frac{1}{2}$$

(2^{ος} τρόπος)

$$\frac{(ABΔ)}{(AKΓ)} = \frac{\frac{1}{2}(BΔ) \cdot (AΔ)}{\frac{1}{2}(KΓ) \cdot (AΔ)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Επειδή $AB=R=\lambda_6$ οπότε το τόξο $AB=60^\circ$

και $B\Gamma=R\sqrt{3}=\lambda_3$ οπότε το τόξο $B\Gamma=120^\circ$

Άρα το τόξο $A\Gamma=180^\circ$

Η εγγεγραμμένη γωνία $\hat{B}$ στο τόξο $A\Gamma$ είναι ορθή.

Η $A\Gamma$ είναι διάμετρος και $A\Gamma=2R$

Η περίμετρος του $AB\Gamma$ είναι

$$AB+B\Gamma+A\Gamma=R+R\sqrt{3}+2R=(3+\sqrt{3})R$$

Δ2. Τα εμβαδά των κυκλικών τμημάτων $\tau_1+\tau_2$ προκύπτουν από την διαφορά των εμβαδών του κυκλικού τομέα με κέντρο O και τόξο $A\Gamma$ και του τριγώνου $AB\Gamma$

$$\tau_1+\tau_2=\frac{\pi \cdot R^2 \cdot 180}{360}-\frac{1}{2} AB \cdot B\Gamma=\frac{\pi R^2}{2}-\frac{1}{2} R \cdot R\sqrt{3}=\frac{R^2}{2}(\pi-\sqrt{3})$$

Δ3. i) Ισχύει ότι

$$2(\pi - \sqrt{3}) = \frac{R^2}{2} (\pi - \sqrt{3})$$
$$R^2 = 4 \text{ δηλαδή } R=2$$

Ο κύκλος (Ο, R) έχει εμβαδό $E = \pi R^2 = 4\pi$ ii) Έχουμε ότι $\tau = (3 + \sqrt{3})$ Το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ δίνεται από τον τύπο $E = \tau \cdot \rho$

$$2\sqrt{3} = (3 + \sqrt{3})\rho$$

$$\rho = \frac{2\sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}$$

$$\rho = \sqrt{3} - 1$$